



APLICAÇÃO DE UM MÉTODO DE INTERACÇÃO FRACA VÍSCIDO-INVÍSCIDO NO PROJECTO DA RODA DE UMA TURBINA AXIAL

LUÍS MORÃO CABRAL FERRO^{1,2}, LUÍS EÇA³, LUIS MANUEL DE CARVALHO GATO⁴

¹Universidade Federal do Ceará
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
Campus do Pici, Bloco 715, 60455.760, Fortaleza, Ceará, Brasil
²Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Setúbal
Dpto. Engenharia Mecânica
Campus do IPS, Estefanilha, 2910-761 Setúbal, Portugal
³MARETEC, ⁴IDMEC, Instituto Superior Técnico
Universidade Técnica de Lisboa
Av. Rovisco Pais, 1, 1049-001, Lisboa, Portugal

(Recibido 1 de septiembre de 2010, para publicación 20 de septiembre de 2010)

Resumo – É apresentada uma metodologia de projecto que combina o método da curvatura de linhas de corrente com o método de painel com interacção viscosa. O método de curvaturas de linhas de corrente é usado na determinação do escoamento meridiano que se assume axissimétrico. O escoamento entre pás, que se considera desenvolver em superfícies de corrente cilíndricas coaxiais com o eixo da turbina, é resolvido pelo método de painel para uma cascata de perfis com interacção fraca víscido-invíscido. No método de painel utilizado, os perfis da pá são discretizados em elementos rectilíneos com distribuições de fontes de intensidade constante. A circulação em torno dos perfis é simulada utilizando uma distribuição de vórtices ao longo da linha média do perfil, cuja intensidade é dada por $\gamma = \gamma_0 s_m^{0,4}$, onde s_m é a distância medida a partir do bordo de fuga ao longo da linha média do perfil e γ_0 é uma constante determinada pela aplicação da condição de Kutta. A camada limite ao longo da superfície do perfil é calculada utilizando o método integral de Thwaites na zona laminar e o método de Head na zona turbulenta; a transição da camada limite é condensada num único ponto. O efeito da camada limite no escoamento potencial é simulado pela introdução de uma velocidade de transpiração na superfície do perfil. Os perfis escolhidos para a pá são do tipo NACA série 6 modificada. Uma distribuição linear de espessura máxima dos perfis ao longo do raio é especificada. A flecha dos perfis e o ângulo de calagem são ajustados de modo a induzirem a deflexão pretendida e a obter uma distribuição suave de pressão ao longo do contorno do perfil. A metodologia é aplicada com sucesso no projecto de uma pequena turbina tubular do tipo axial. Os resultados obtidos são comparados com os obtidos por um método de projecto análogo em escoamento invíscido. A aplicação do método é simples, pouco dispendiosa em tempo de CPU e permite, quando comparado com o projecto invíscido, detectar a possibilidade de ocorrência de separação de camada limite.

Palavras-chave – Método de painel, interacção víscido-invíscido, turbina axial e roda.

1. INTRODUÇÃO

O escoamento no interior de uma turbina hidráulica é, em geral, não estacionário, turbulento e tridimensional. Os métodos de cálculo que tomam em consideração as características do escoamento acima referidas são fortemente consumidores em tempo de cálculo e em geral utilizam modelos físico-matemáticos, como por exemplo modelos de turbulência, com limitações devido às simplificações utilizadas para modelar fenómenos físicos complexos condicionando os resultados finais. A aplicação dos métodos de cálculo referidos no projecto de uma pequena turbina hidráulica não parece assim operacionalmente exequível.

Um método de projecto em escoamento invíscido, que combina o método de curvatura das linhas de corrente [1,2] com um método de painel [3] foi descrito e aplicado no projecto de uma turbina hidráulica axial com um diâmetro $D=0,5$ m [4,5]. Para as condições nominais de funcionamento deste tipo de

turbinas é de esperar que o escoamento permaneça sem separação em quase toda a extensão do extradorso e do intradorso da pá. As esteiras devem ser também de reduzida dimensão. O escoamento em torno das pás pode assim ser modelado por uma aproximação zonal que inclui o escoamento da camada limite na vizinhança da pá e um escoamento invíscido na região exterior. Sendo a aplicação preferencial da metodologia a desenvolver o projecto, optou-se por um método de cálculo do escoamento de camada limite que fosse rápido e utilizasse formulações já testadas, razão pela qual se escolheu um método integral e não um método diferencial para a solução do escoamento de camada limite.

Um código de interacção fraca víscido-invíscido foi já utilizado [6] na determinação do escoamento em torno de perfis do tipo NACA 66 modificado, tendo-se obtido concordância gráfica com resultados experimentais nas distribuições de pressão. A formulação descrita em [6] é assim aplicada no cálculo do escoamento de camada limite em torno dos perfis.

O objectivo deste artigo é assim descrever um método de projecto que utiliza a interacção fraca víscido-invíscido e a sua aplicação no projecto de uma pequena turbina hidráulica do tipo axial. Na primeira secção é descrito o método de painel utilizado para o escoamento potencial, o método de resolução do escoamento de camada limite que se desenvolve sobre o perfil e ainda o de interacção entre os dois escoamentos. Na secção seguinte são apresentados os resultados obtidos quer na análise de uma turbina já existente [4,5] quer no projecto de uma nova roda para as mesmas condições de funcionamento nominal. Na secção final são apresentadas as principais conclusões.

2. METODOLOGIA DE PROJECTO

As pás da roda de uma turbina hidráulica axial estão em geral posicionadas entre duas superfícies aproximadamente cilíndricas de revolução, coaxiais com o eixo da turbina. A superfície cilíndrica exterior tem um diâmetro igual ao diâmetro da roda e a superfície interior um diâmetro próximo do diâmetro D_H do cubo da roda. Nas regiões vizinhas da extremidade da pá e do cubo da roda, as superfícies referidas têm a forma de uma calote esférica, de modo a permitir a rotação da pá em torno do respectivo eixo e o ajuste do seu ângulo.

Se como condição de projecto se prescrever uma distribuição radial uniforme de momento angular por unidade de massa, rV_θ , na secção a montante da roda e uma distribuição nula na secção de saída e se admitir que a velocidade axial V_z a montante da roda não varia com o raio, então a componente radial da velocidade é nula ao longo da pá. As superfícies de corrente são superfícies cilíndricas de revolução coaxiais com o eixo da turbina e o escoamento pode ser considerado como potencial ao longo da pá [7]. O escoamento em torno das pás pode assim ser modelado por um escoamento em cascata cilíndrica de pás.

A metodologia utilizada no projecto da roda é semelhante à descrita em [4,5] e utiliza um método quase-tridimensional, designado na literatura inglesa por *through-flow analysis*. O escoamento meridiano, que se assume como axissimétrico, é resolvido utilizando o método da curvatura das linhas de corrente tal como descrito em [2]. Os escoamentos nas superfícies entre pás (superfícies cilíndricas de revolução) são resolvidos por um método de painel que inclui o efeito da camada limite na superfície do perfil.

A solução do escoamento meridiano conduz a resultados que não são compatíveis com a aproximação do escoamento plano numa cascata cilíndrica com variações longitudinais da velocidade axial. Optou-se assim por considerar que a velocidade axial era a média entre as velocidades axiais nas secções a montante e jusante da roda e o raio da superfície cilíndrica que contém o perfil como a média dos raios das linhas de corrente do escoamento meridiano nas secções de entrada e saída da roda. A componente tangencial da velocidade na secção a montante é dada por $V_\theta = K/r$, onde K é o valor especificado como condição de projecto para o momento angular por unidade de massa a montante da roda. A solução do escoamento meridiano permite definir os triângulos de velocidade a montante e a jusante da roda.

A solução do escoamento entre pás exige a definição do tipo de perfil em cada secção radial. O tipo de perfil e as correspondentes características geométricas foram escolhidos de modo a reduzir as possibilidades de cavitação, evitando picos de sucção acentuados nas distribuições de pressão sobre o contorno do perfil, e a assegurar que a carga sobre a pá é a mais uniforme possível. Para garantir a menor torção da pá e uma superfície mais regular, impôs-se que todos os perfis deveriam pertencer à mesma família. Os perfis escolhidos são do tipo NACA 66 (modificado) com $\alpha=0,8$ tal como descrito por

Brockett [8], que têm boas características aerodinâmicas (baixos valores C_d/C_l) e boas características relativamente à cavitação com distribuições de carga quase constante ao longo do perfil. As distribuições de espessura foram modificadas, relativamente às distribuições padrão, na região vizinha do bordo de fuga, que por razões construtivas se considera de espessura finita.

Para a definição da geometria da pá é necessário especificar a espessura máxima, e_{\max} , flecha, f , corda, c , e ângulo de calagem, λ , da cascata. Relativamente à espessura admitiu-se uma variação linear da espessura máxima do perfil ao longo do raio, especificando a espessura relativa de dois perfis, um próximo do cubo ($e_{\max}/c=12\%$) e outro da extremidade da pá ($e_{\max}/c=3\%$). O valor da corda dos perfis nessas secções foi determinado recorrendo à equação

$$C_l = \frac{2t \Delta V_\theta}{c W_\infty}, \quad (1)$$

onde C_l é o coeficiente de sustentação do perfil, t o passo da cascata, ΔV_θ a diferença entre as componentes tangenciais da velocidade na secção a montante e da secção a jusante da roda e W_∞ o módulo da velocidade relativa média \mathbf{W}_∞ , com $\mathbf{W}_\infty=(\mathbf{W}_1+\mathbf{W}_2)/2$ (os índices 1 e 2 referem-se às secções a montante e a jusante, respectivamente). Os valores escolhidos para o coeficiente de sustentação foram obtidos a partir de [9] com $C_l=0,4$ para o perfil na extremidade da pá e $C_l=1,2$ no perfil próximo do cubo da roda. As cordas dos perfis das restantes secções foram determinadas impondo numa primeira iteração bordos de ataque e de fuga da pá rectilíneos.

A razão flecha máxima/corda, f_{\max}/c , e o ângulo de calagem, λ , foram escolhidos de modo a garantirem que o valor de circulação de projecto Γ_0 é verificado e uma distribuição suave de pressão no perfil, com a pressão mínima localizada no extradorso aproximadamente a meio do perfil. Utilizando o método de painel, que mais à frente se descreve, são calculadas, para cada perfil e para uma dada relação t/c , as curvas de $C_{p_{\min}}$ em função do ângulo de ataque α , conhecidas como *bucket* de cavitação, sendo escolhido o perfil que produz a deflexão específica com o ângulo de ataque centrado no respectivo *bucket* [4]. O valor Γ_0 é determinado recorrendo a um processo iterativo, por exemplo do tipo *regula falsi*, com corridas sucessivas do programa, variando o ângulo de calagem do perfil até se atingir o valor da circulação Γ_0 .

A solução do escoamento invíscido é obtida utilizando um método de painel de 1ª ordem [3]. O contorno do perfil é discretizado em painéis rectilíneos com distribuições de fonte de intensidade σ constante em cada painel. A velocidade induzida por uma distribuição de fontes de intensidade constante numa cascata rectilínea de painéis com um passo t , num ponto $z=x+iy$ é dada por [10]

$$W_x - iW_y = -\sigma e^{-i\beta} \ln \frac{\sinh[\pi(z - \zeta_2)/t]}{\sinh[\pi(z - \zeta_1)/t]}, \quad (2)$$

onde ζ_1 e ζ_2 são os vectores posição dos extremos do painel indutor e β o ângulo do painel medido em relação ao eixo das abcissas.

A intensidade da distribuição de fontes em cada painel é determinada pela imposição da condição fronteira no ponto médio de cada painel. A componente normal da velocidade é igual à velocidade de transpiração, v_w , que simula o efeito de deslocamento das linhas de corrente do escoamento exterior imposto pela camada limite. Os efeitos sustentadores são modelados por uma distribuição de vórtices ao longo da linha média do perfil. A linha média do perfil é discretizada em painéis rectilíneos com distribuições de intensidade constante em cada painel. A intensidade da distribuição de vórtices no ponto médio de cada painel da linha média é dada por

$$\gamma = \gamma_0 s_m^{0,4} \quad (3)$$

onde s_m é a distância ao bordo de fuga medida ao longo da linha média e γ_0 uma constante cujo valor é determinado pela condição de Kutta [6]. A condição de Kutta é aplicada impondo a igualdade das componentes tangenciais das velocidades nos pontos médios dos dois painéis adjacentes ao bordo de fuga do perfil. A circulação total gerada pelos vórtices é dada por [6]

$$\Gamma = \gamma_0 \sum_{i=1}^m s_{m_i}^{0,4} l_{m_i}, \quad (4)$$

onde m é o número de painéis na linha média e l_m o comprimento de cada painel. O coeficiente de sustentação, C_l , pode ser obtido directamente a partir da circulação Γ recorrendo à equação de Kutta-Joukowski e é dado por

$$C_l = -\frac{2\Gamma}{V_\infty c}, \quad (5)$$

ou por integração numérica da distribuição de pressão em todos os painéis,

$$C_l = -\left[\sum_{i=1}^n C_{p_i} \frac{l_i \cos \beta}{c} \cos \alpha - \sum_{i=1}^n C_{p_i} \frac{l_i \sin \beta}{c} \sin \alpha \right], \quad (6)$$

onde $C_p = (p - p_\infty) / (0,5 \rho W_\infty^2) = 1 - W^2 / W_\infty^2$ é o coeficiente de pressão no ponto médio de cada painel, l_i é o respectivo comprimento e α o ângulo de ataque do escoamento com uma pressão estática p_∞ e uma velocidade relativa W_∞ . A diferença entre os valores calculados pelas Eqs. (5) e (6) é um indicador da qualidade da discretização e conseqüentemente da qualidade das distribuições de pressão calculadas.

O cálculo do escoamento viscoso envolve a solução dos escoamentos de camada limite que se desenvolvem ao longo do extradorso e do intradorso do perfil a partir do ponto de estagnação que se encontra próximo do bordo de ataque. Os escoamentos de camada limite são calculados utilizando o gradiente de pressão obtido no cálculo do escoamento invíscido. A solução do escoamento invíscido depende da velocidade de transpiração v_w que é um resultado do cálculo de camada limite. O processo é iterativo, mas o número de iterações necessárias a pequenos ângulos de ataque é inferior a vinte. O desenvolvimento da camada limite inclui três zonas: regime laminar, transição e regime turbulento.

O algoritmo de cálculo utilizado encontra-se descrito em [6]. Na vizinhança do ponto de estagnação o escoamento é determinado pela solução exacta de Hiemenz [11]. A camada limite laminar é calculada pelo método integral de Thwaites [12]. A transição de camada limite laminar para turbulenta assume-se que ocorre num ponto cuja localização é determinada utilizando o critério de Wazzan *et al.* [13],

$$\log(\text{Re}_x) = -40,4557 + 64,8066 H - 26,7538 H^2 + 3,3819 H^3. \quad (7)$$

onde Re_x é o número de Reynolds local e H o factor de forma da camada limite. No ponto de transição o valor de θ mantém-se igual ao da camada limite laminar e o factor de forma H de início da camada limite turbulenta é estimado a partir da expressão empírica [14]

$$H = \frac{1,4754}{\log(\text{Re}_{0_r})} + 0,9698, \quad (8)$$

onde Re_{0_r} é o número de Reynolds baseado na espessura de quantidade de movimento θ no ponto de transição.

A camada limite turbulenta é calculada utilizando o método integral de Head e Patel [15] recorrendo a um método de Runge-Kutta de quarta ordem. O coeficiente de tensão de corte superficial, C_f , é obtido da correlação empírica proposta por Ludwig e Tillmann e apresentada por exemplo em [12]

$$C_f = 0,246 \times 10^{-0,678H} \text{Re}_0^{-0,268}, \quad (9)$$

A equação (9) não permite determinar a separação da camada limite a partir do coeficiente de tensão de corte superficial ($C_f=0$ implica H a tender para infinito). Alternativamente, considerou-se que ocorre separação da camada limite turbulenta quando o factor de forma H é superior ou igual a 2,4.

O coeficiente de resistência do perfil é determinado através da equação de Squire e Young [16]

$$C_d = 2 \left[\frac{\theta_{bf}}{c} \left(\frac{W_{bf}}{W_\infty} \right)^{\frac{H_{te}+5}{2}} \right]_{\text{extradorso}} + 2 \left[\frac{\theta_{bf}}{c} \left(\frac{W_{bf}}{W_\infty} \right)^{\frac{H_{te}+5}{2}} \right]_{\text{intradorso}}, \quad (10)$$

onde o índice *bf* se refere ao bordo de fuga.

A resolução do escoamento potencial permite determinar a distribuição de velocidade e de pressão na superfície do perfil, que se assume igual à velocidade e à pressão do escoamento exterior à camada limite. Por outro lado a solução do escoamento de camada limite permite determinar a distribuição da espessura de deslocamento, δ^* , ou alternativamente a equivalente velocidade de transpiração, v_w , no contorno do perfil. A velocidade de transpiração v_w e a espessura de deslocamento δ^* estão relacionadas pela equação [17]

$$v_w = \frac{d}{ds} (V_e \delta^*), \quad (11)$$

onde V_e é a velocidade do escoamento exterior à camada limite e s corresponde à coordenada longitudinal ao longo da camada limite que tem origem no ponto de estagnação.

A velocidade exterior, tal como já referido, é obtida nos pontos de controlo a partir da solução do escoamento potencial. A distribuição de pressão e de velocidade estão directamente relacionadas através da equação de Bernoulli.

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} = -V_e \frac{dV_e}{ds}. \quad (12)$$

Os valores da V_e e de dV_e/ds são determinados utilizando uma *spline* cúbica a partir dos valores de V_e nos pontos de controlo.

3. RESULTADOS

O método de projecto descrito na secção anterior foi aplicado no projecto da roda de uma pequena turbina hidráulica com quatro pás, com um diâmetro $D=0,5$ m e uma relação entre um diâmetro do cubo D_H e da roda $D/D_H=0,428$. As condições nominais de funcionamento da turbina são: caudal $Q=1$ m³/s, altura de queda disponível $H=6,8$ m, potência nominal $P=59,2$ kW, velocidade de rotação $N=750$ rpm e rendimento $\eta=88\%$.

No cálculo do escoamento meridiano, tal como já foi referido, impôs-se à entrada da roda uma distribuição radial constante de momento angular por unidade de massa, $rV_\theta=0,747$ m²/s e uma distribuição de rV_θ nula na secção de saída. O escoamento relativo na roda tem velocidades relativas médias entre 7,9 m/s, para o escoamento no perfil do cubo ($r^*=0,428$), e 19,3 m/s no escoamento em torno do perfil na extremidade da roda ($r^*=1,0$), a que correspondem números de Reynolds do escoamento relativo, $Re=W_\infty c/v$, entre $1,7 \times 10^6$ e $6,1 \times 10^6$, respectivamente, onde v é a viscosidade cinemática da água. Os resultados obtidos permitem definir os triângulos de velocidade da roda para as diferentes secções consideradas. Na Fig. 1, onde **C**, **W** e **U** são respectivamente as velocidades absoluta, relativa e de transporte, representam-se os triângulos de velocidade média para diferentes secções da roda ($r^*=2 r/D$), onde r é o raio da secção.

Como já foi referido, o escoamento na cascata cilíndrica de pás foi calculado utilizando o método de painel, com painéis rectilíneos. No sentido de aferir a dependência dos resultados da discretização utilizada, procedeu-se à análise do escoamento em torno dos perfis seleccionados para diferentes discretizações. Consideraram-se discretizações com 52, 80, 160, 240 e 320 painéis. Em todas as discretizações utilizadas o número de painéis utilizados na discretização do intradorso é igual ao usado no extradorso. Na Fig. 2(a) representa-se a evolução do ângulo de calagem com o número de painéis, N , utilizado na discretização, onde N_{\max} é o número máximo de painéis usado, isto é, $N_{\max}=320$; na Fig. 2(b) mostra-se a variação do desvio entre o coeficiente de sustentação $C_{l\Gamma}$ determinado a partir da circulação

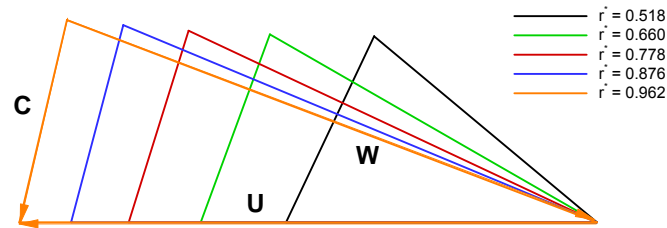


Fig. 1. Triângulos da velocidade média na roda para diferentes distâncias radiais r^* .

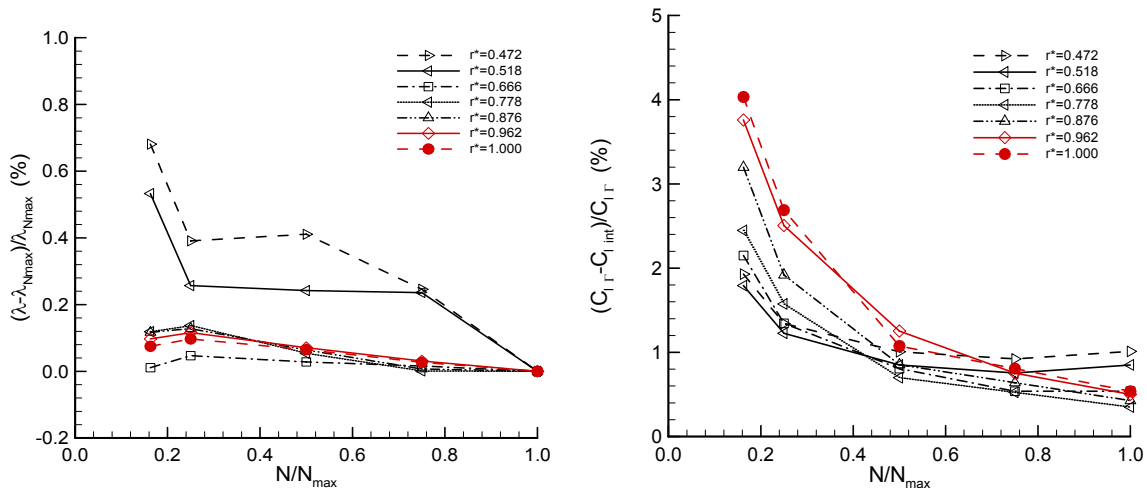


Fig. 2. Variação do ângulo de calagem da cascata λ e do coeficiente de sustentação C_{1r} com o número de painéis: (a) ângulo de calagem; (b) coeficiente de sustentação.

usando a equação 4 e o obtido por integração da distribuição de pressão $C_{l\text{ int}}$ (equação 5). Ambas as figuras mostram uma convergência dos resultados com o número de painéis utilizados, com desvios inferiores a 0,3% no ângulo de calagem e menores que 1% no coeficiente de sustentação. Os maiores desvios observam-se nos perfis próximos do cubo e podem ser explicados pela ocorrência de um menor número de Reynolds do escoamento e uma maior espessura dos perfis que inevitavelmente origina gradientes de pressão adverso mais intensos. Os resultados obtidos permitem assim considerar que a discretização com $N=320$ é suficiente para os objectivos pretendidos.

Com o próximo conjunto de resultados pretende-se mostrar a influência dos efeitos viscosos no escoamento ao longo da roda. A geometria da roda projectada, assumindo que o escoamento é invíscido [5], foi analisada usando a metodologia descrita. Na Fig. 3 comparam-se as distribuições de pressão, em função de x/c , onde x é distância ao bordo de ataque medida ao longo da corda, obtidas para o escoamento invíscido e para o escoamento com camada limite para um perfil próximo do cubo, $r^*=0,518$ e para um perfil próximo da extremidade da roda $r^*=0,962$ e na Fig. 4 representa-se a evolução radial da circulação Γ em torno dos perfis da roda, em comparação com a circulação de projecto Γ_0 . A Fig. 3 mostra que os efeitos viscosos pouco influenciam as distribuições de pressão no perfil próximo da extremidade da pá com as distribuições quase coincidentes em ambos os casos; pelo contrário a sua influência no escoamento em torno do perfil próximo do cubo é bem mais acentuada com redução da força de sustentação e com cruzamento das linhas do intradorso e do extradorso na região próxima do bordo de fuga. A circulação Γ e, conseqüentemente, o coeficiente de sustentação C_l , têm uma redução de 9,8% no perfil em $r^*=0,518$ (de 1,058 para 0,954) e de 4,0% (de 0,399 para 0,383) no perfil em $r^*=0,962$. As diferenças obtidas para a influência da viscosidade nos perfis junto ao cubo e à extremidade da roda estão relacionadas com a variação do número de Reynolds do escoamento relativo que é cerca de 4 vezes maior na extremidade da roda do que no cubo.

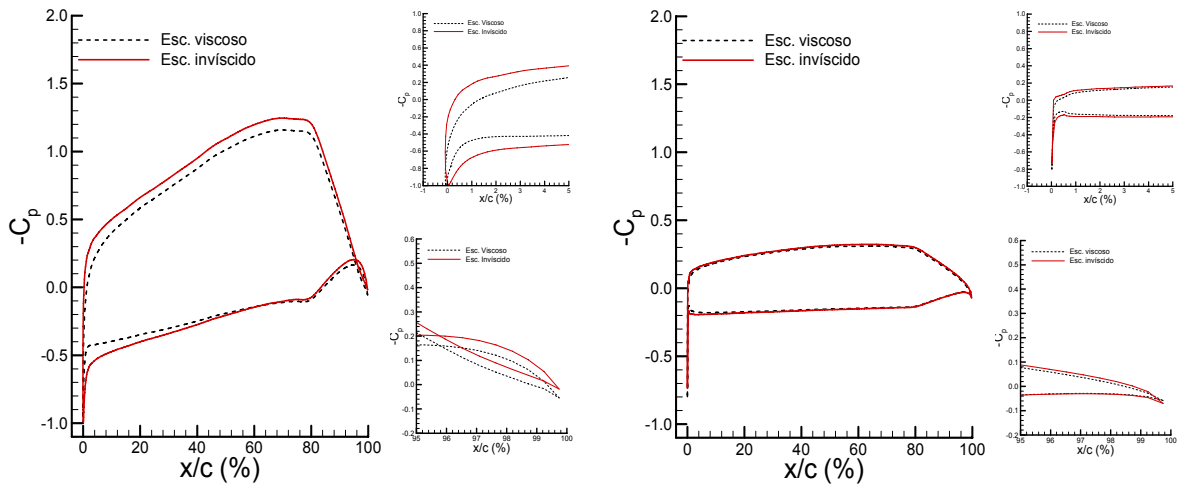


Fig. 3. Comparação entre as distribuições de pressão do escoamento inviscido e viscoso nos perfis da roda original a: (a) $r^*=0,518$; (b) $r^*=0,962$.

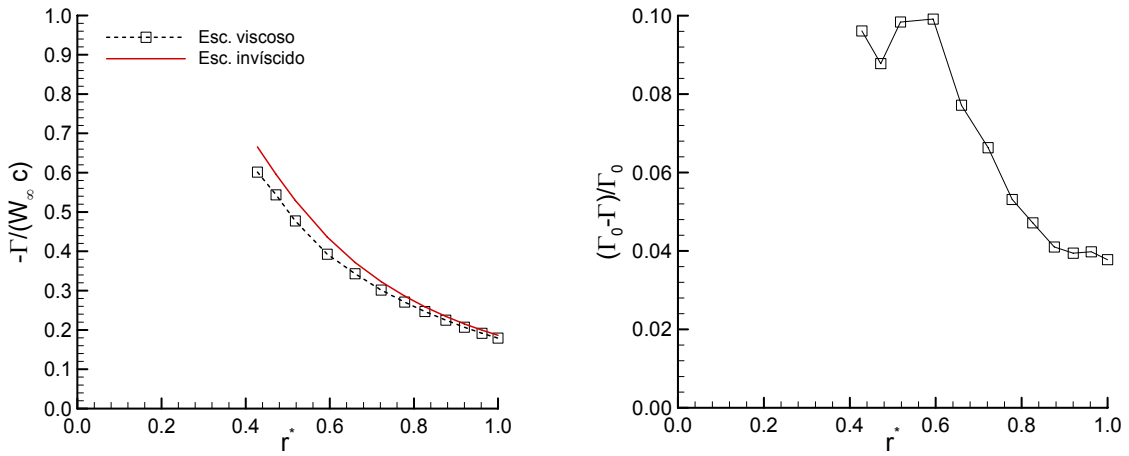


Fig. 4. Variação da circulação ao longo do raio.

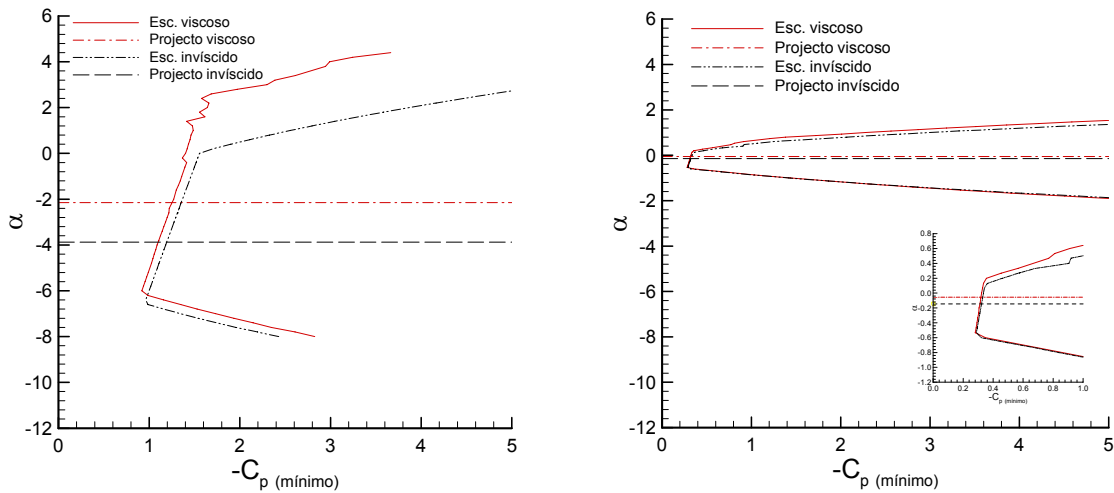


Fig. 5. Variação do coeficiente de pressão mínima em função do ângulo de ataque α para os perfis a: (a) $r^*=0,518$; (b) $r^*=0,962$.

Tabela 1. Características das cascatas de pás da roda.

r (mm)	r^*	c/p	e_{\max}/c	f_{\max}/c	λ (°)	α (°)
107,0	0,428	1,327	0,143	0,1030	35,58	-2,84
118,0	0,472	1,230	0,132	0,0850	42,20	-2,79
129,5	0,518	1,150	0,120	0,0680	48,10	-2,15
148,5	0,594	1,051	0,102	0,0520	54,68	-1,73
165,0	0,660	0,988	0,086	0,0420	58,92	-1,31
180,5	0,722	0,943	0,073	0,0350	62,03	-0,93
194,5	0,778	0,910	0,062	0,0310	64,27	-0,72
206,5	0,826	0,888	0,053	0,0280	65,87	-0,53
219,0	0,876	0,867	0,044	0,0250	67,19	-0,32
230,0	0,920	0,852	0,037	0,0225	68,27	-0,15
240,5	0,962	0,840	0,030	0,0210	69,16	-0,06
250,0	1,000	0,830	0,024	0,0195	69,82	-0,05

O procedimento utilizado na definição da geometria, isto é dos perfis para diferentes raios da roda, é semelhante ao descrito em [5], em que se considerou o escoamento como invíscido e foi já descrito. Na Fig. 5 estão representados os *bucket* de cavitação dos perfis a $r^*=0,518$ e $r^*=0,962$. A figura mostra que para ambos os perfis o ângulo de ataque de projecto para a solução viscosa ($\alpha=-2,15^\circ$ para $r^*=0,518$ e $\alpha=-0,06^\circ$ para $r^*=0,962$) se encontra a meio do respectivo *bucket*. As oscilações que se verificam no gráfico do perfil próximo do cubo para o escoamento viscoso devem ter a sua origem no baixo número de Reynolds do escoamento e/ou na insuficiente discretização do perfil na região do bordo de ataque. A eliminação do pico de sucção na solução viscosa para ângulos de ataque entre 0 e 2 graus é bastante sensível à previsão de transição a regime turbulento. As aproximações adoptadas para a previsão e cálculo da zona de transição tornam-se menos adequadas para escoamentos a baixos números de Reynolds como o que se obtém junto ao cubo.

Tal como referido, a flecha máxima dos perfis das secções nos diferentes raios da roda e os ângulos de calagem λ correspondentes são determinados por corridas sucessivas do programa e escolha dos perfis que apresentem distribuições suaves de pressão com ausência de pico de sucção. Em cada cálculo, o ângulo λ é determinado utilizando um método iterativo do tipo *regula falsi*. Os critérios de paragem do método iterativo são a largura do intervalo de λ , inferior a 1×10^{-7} e o valor absoluto da diferença entre a circulação Γ calculada e o valor de projecto Γ_0 inferior a 1×10^{-5} . O número de iterações necessário para satisfazer estes critérios é da ordem de vinte. Na Tabela 1 resumem-se as características geométricas dos perfis utilizados na definição da roda. Os valores da flecha máxima dos perfis calculados são idênticos aos do escoamento invíscido [4], variando apenas os ângulos de ataque do escoamento.

Na Fig. 6 estão representadas as distribuições de pressão para os perfis da roda localizados a diferentes raios. As distribuições de pressão respeitam as condições de projecto, sem gradientes de pressão elevados na vizinhança do bordo de ataque e com os valores mínimos do coeficiente de pressão localizados bem distantes do bordo de ataque. Os perfis das secções localizados próximo do cubo, $r^*=0,428$ e $r^*=0,518$ mostram, na região próxima do bordo de fuga, um cruzamento das linhas do intradorso e do extradorso, a que corresponde uma sustentação negativa, o que não ocorria na situação de escoamento invíscido, como se pode observar na Fig. 2. A análise dos resultados confirma a previsão de separação da camada limite turbulenta nos quatro perfis próximos do cubo ($0,428 \leq r^* \leq 0,594$); no primeiro a separação ocorre a $x/c=0,95$, no segundo e terceiro a $x/c \approx 0,98$ e no quarto a $x/c \approx 0,99$. A previsão de separação nestes perfis está relacionada com o menor número de Reynolds do escoamento relativo e com o aumento da intensidade do gradiente de pressão adverso junto ao bordo de fuga devido, à maior espessura e curvatura destes perfis e ao maior ângulo de ataque do escoamento relativo. Nos restantes perfis não ocorre separação.

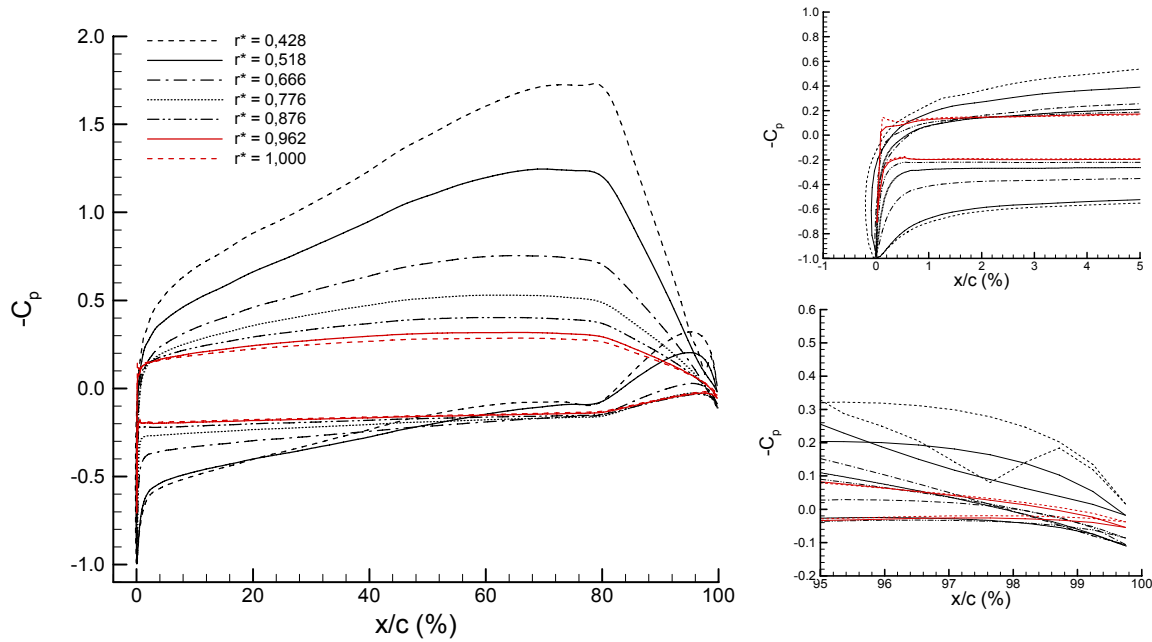


Fig. 6. Distribuição de pressão nos perfis da roda em condições nominais de funcionamento.

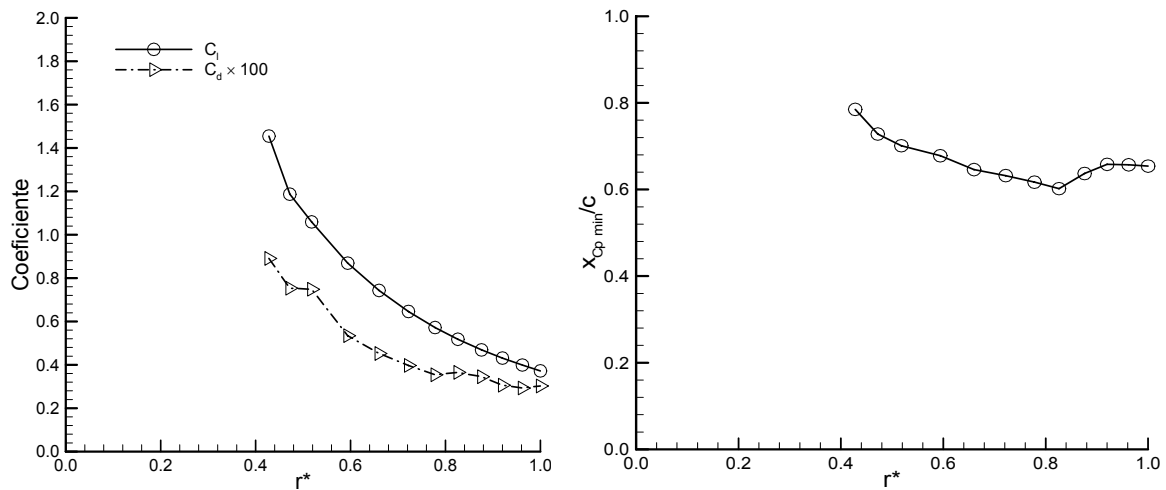


Fig. 7. Variação radial de parâmetros aerodinâmicos dos perfis da pá: (a) coeficientes de sustentação C_l e coeficiente de resistência C_d ; (b) coordenada axial x/c do ponto de pressão mínima.

Na Fig. 7(a) e 7(b) representam-se as variações radiais dos coeficientes de sustentação C_l e do coeficiente de resistência C_d e da coordenada axial adimensionalizada pela corda x/c do ponto de pressão mínima, respectivamente. Todos os perfis exibem um ponto de pressão mínima com uma coordenada x/c superior a 0,7, o que confirma a metodologia de projecto escolhido e mostra as boas características dos perfis no que refere à cavitação.

Na Fig. 8 comparam-se as distribuições radiais do ângulo de calagem λ , do ângulo de ataque α para escoamento viscoso e escoamento invíscido. Na mesma figura mostra-se ainda a evolução radial de $\Delta\alpha = \alpha_{\text{viscoso}} - \alpha_{\text{invíscido}}$. O valor de $\Delta\alpha$ varia entre um máximo de $1,03^\circ$ para o perfil do cubo e um mínimo de $0,08^\circ$ no perfil da extremidade da pá. Tal como se tinha observado na análise da roda projectada com o método invíscido, Figuras 3 e 4, os efeitos da viscosidade são mais intensos junto ao cubo do que na extremidade da roda.

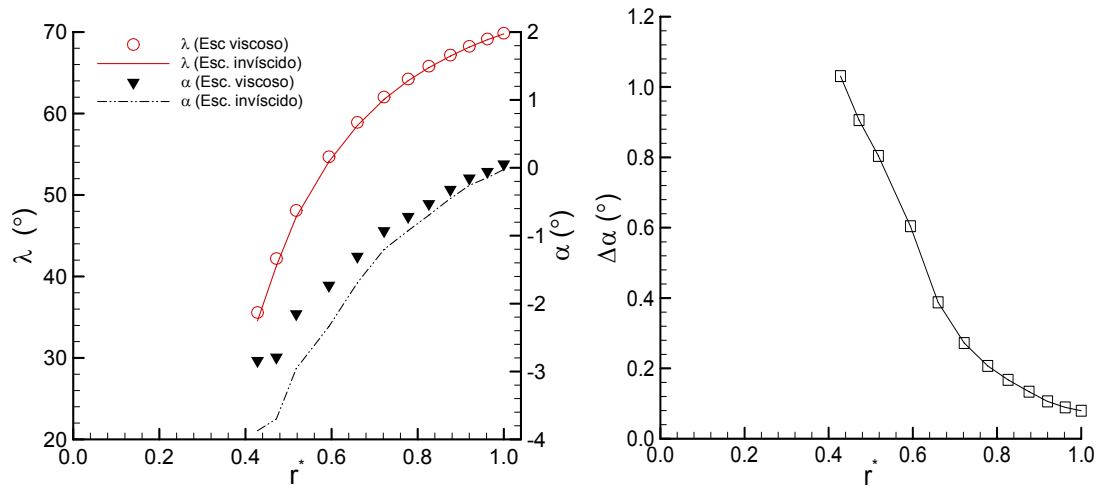


Fig. 8. Distribuições radiais dos ângulos de calagem λ , de ataque α e de $\Delta\alpha = \alpha_{\text{viscoso}} - \alpha_{\text{inviscido}}$ para o projecto inviscido e viscoso.

4. CONCLUSÕES

Um método de projecto utilizando a interacção viscido-inviscido foi aplicado com sucesso ao projecto da geometria de uma roda de uma pequena turbina hidráulica axial. Os perfis utilizados são do tipo NACA série 6 (Mod) com $a=0,8$. A geometria final tem perfis com a mesma espessura e curvatura que os da roda projectada pelo método inviscido, com ângulos de calagem ligeiramente maiores, entre $1,0^\circ$ e $0,1^\circ$, do que os obtidos com o projecto inviscido. A carga sobre os perfis é aproximadamente constante em todas as secções para $0 < x/c < 80\%$, com excepção dos perfis muito próximos do cubo que apresentam uma carga maior para $x/c \approx 70\%$. Para os perfis próximos do cubo, prevê-se separação da camada limite turbulenta no extradorso dos perfis, na vizinhança do bordo de fuga. A substituição destes perfis por outros com menor espessura, se estruturalmente possível, e/ou a utilização de uma distribuição de momento angular de projecto, rV_0 não constante com o raio, com menor deflexão na região vizinha do cubo é uma das soluções de projecto possível; outra solução será a substituição dos perfis próximos do cubo por perfis diferentes dos utilizados com uma flecha máxima mais próxima do bordo de ataque. No entanto, convém salientar que as maiores limitações do método quasi-tridimensional adoptado devem ser observadas no cubo e na extremidade da roda, que exibem um escoamento local claramente tridimensional.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi financiado pela Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico, FUNCAP, e pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, CNPq, Brasil processo DCR-0024-00069.01.00/09 e pelo contracto IDMEC/LAETA 103524/2008 da Fundação para a Ciência e a Tecnologia de Portugal.

REFERÊNCIAS

- [1] Katsanis, Th., Dellner, L.T., "A Quasi-Three-Dimensional Method for Calculating Blade Surface Velocities for an Axial Flow Turbine Blade", Lewis Research Center, NASA TM X-1394, Ohio (1967)
- [2] Denton, J., "Through-flow calculation for transonic axial flow turbines", *ASME Journal of Engineering for Power*, **97**, 549-560 (1978)

- [3] Hess, J., Smith, A.M.O., “Calculation of potential flow about arbitrary bodies”, *Progress in Aerospace Sciences*, **8**, 1-138 (1967)
- [4] Ferro, L.M.C., “Estudo Numérico e Experimental do Escoamento numa Turbina Hidráulica Axial”, Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Lisboa (2009)
- [5] Ferro, L.M.C., Tiago, A.F., Gato, L.M.C., Paixão Conde, J.M., “Cálculo do escoamento invíscido na roda de uma turbina axial”, *8^{vo} Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, Cusco (2007)
- [6] Eça, L.R.C., Falcão de Campos, J.A.C., “Analysis of two-dimensional foils using a viscous-inviscid interaction method”, *International Shipbuilding Progress*, **40**, 137-163 (1992)
- [7] Lakshminarayana, B., *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*, John Wiley & Sons, Inc (1996)
- [8] Brockett, T., “Minimum Pressure Envelopes for Modified NACA-66 Sections with NACA $a=0.8$ Camber and Buships Type I and II Sections”, David Taylor Model Basin Washington DC Hydromechanics Lab. Rept. 1780, Washington, Feb. (1966)
- [9] Raabe, J., “HydroPower”, VDI-Verlag, Düsseldorf (1985)
- [10] Geising, J.P., “Extension of the Douglas Neumann Program to Problems of Lifting”, Infinite Cascades, Rept. LB 31653, Douglas Aircraft Company, Long Beach, California (1988)
- [11] Schlichting, H., *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill (1968)
- [12] Cebeci, T., Bradshaw, P., *Momentum Transfer in Boundary Layer*, Mc Graw-Hill (1977)
- [13] Wazzan, A.R., Gazley, Jr.C., Smith, A.M.O., “H- Re_x method for predicting transition”, *AIAA Journal*, **19**(6), 810-812 (1981)
- [14] Coles, D.E., “Measurements in the boundary layer on a smooth flat plate in supersonic flow”, Jet Propulsion Lab., Rept. 20-69 (1953)
- [15] Head, M.R., Patel, V.C., “Improved entrainment for calculating turbulent boundary layer development”, Rept. 3643, Cambridge University Engineering Department, March (1968)
- [16] Smith, A.M.O., Cebeci, T., “Remarks on the Methods for Predicting Viscous Drag”, AGARD CP-124, abril (1973)
- [17] Lighthill, M.J., “On displacement thickness”, *Journal of Fluid Mechanics*, **4**(4), 383-392 (1958)

UNIDADES E NOMENCLATURA

c	corda da pá (m)
C	velocidade absoluta (m/s)
C_d	coeficiente de resistência (adimensional)
C_p	coeficiente de pressão (adimensional)
$C_{p_{min}}$	coeficiente de pressão mínimo (adimensional)
C_l	coeficiente de sustentação (adimensional)
D	diâmetro exterior da roda (m)
D_H	diâmetro do cubo da roda (m)
e	espessura do perfil (m)
f	flecha do perfil (m)
H	altura de queda da turbina (m), também factor de forma da camada limite δ^*/θ (adimensional)
p	pressão estática (Pa)
Q	caudal volúmico (m ³ /s)
r	direcção radial, raio (m)
r^*	distância radial adimensionalizada pelo diâmetro da roda, $r^* = (2r)/D$ (adimensional)
s	coordenada longitudinal da camada limite medida ao longo do contorno do perfil com origem no ponto de estagnação (m)
t	passo circunferencial da cascata (m)
U	velocidade de transporte (m/s)
V	módulo da velocidade (m/s)

v_w	velocidade de transpiração (m/s)
\mathbf{W}	velocidade relativa (m/s)
x	distância ao bordo de ataque do perfil medida ao longo da corda (m)
z	direcção axial (m)
α	ângulo de ataque do escoamento médio (°)
γ	intensidade da distribuição de vórtices
Γ	circulação (m ² /s)
δ^*	espessura de deslocamento (m)
λ	ângulo de calagem da cascata (°)
ν	viscosidade cinemática (m ² /s)
θ	espessura da quantidade de movimento (m)
σ	intensidade da distribuição de fontes

APPLICATION OF A VISCOUS-INVISCID INTERACTION METHOD ON THE DESIGN OF THE ROTOR BLADES OF AN AXIAL TURBINE

Abstract – A design method that combines streamline curvature method and panel method with boundary layer interaction is present in this paper. The meridional flow, assumed as axisymmetric, is computed by a streamline curvature method and the blade-to-blade flow is computed by a panel method for a cascade of aerofoils. The boundary-layer equations are solved with integral methods. The aerofoil contour is discretized into straight elements with piecewise constant source distribution. The lift effect is simulated by a vortex distribution along the

aerofoil mean line. The vortex strength is given by $\gamma = \gamma_0 s_m^{0,4}$ where s_m is the distance to the trailing edge measured along the mean line and γ_0 is a constant to be determined by the Kutta condition. Boundary layer effect on potential flow is simulated by the wall-transpiration velocity v_w obtained from the displacement thickness of the boundary layer δ^* . The boundary layer flows through the upper and lower surfaces of the airfoil are computed with integral methods. Thwaites method is used for laminar boundary layer and Head method for turbulent boundary layer; transition to turbulent flow is assumed to occur. The rotor blade sections are the NACA 66 (mod) with $a=0.8$ mean line. A linear distribution of the maximum thickness of the aerofoils is prescribed in radial direction. The camber and the stagger angle of the blade sections are adjusted to fulfil the prescribed angular momentum distributions, at the rotor inlet and outlet sections, and zero-incidence flow angle, at the blade leading edge. The described method is applied in the design of the rotor blades of a mini hydraulic axial-flow turbine. A comparison of results obtained by the described method and a similar method for an inviscid flow is presented. The developed design method is easy to apply, uses small CPU time and allows to identify the possibility of boundary layer separation to occur.

Keywords – Panel method, Viscous-inviscid interaction, Axial turbine and rotor.